

# 1. Sorozatok

## 1. feladat

Legyen

$$a_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \frac{3n^2}{2+n^2}$$

$$\limsup a_n = ? \quad \liminf a_n = ?$$

## 2. feladat

Legyen  $\varepsilon = 10^{-4}$ . Határozzon meg egy küszöbszámot, amelyre igaz, hogy ennél nagyobb  $n$ -ekre az

$$a_n = \frac{4-n^2}{5+2n^2}$$

eltérése a  $-\frac{1}{2}$ -től már  $\varepsilon$ -nál kisebb lesz!

## 3. feladat

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n+2}\right)^n = ?$$

## 4. feladat

Mutassa meg, hogy az

$$a_n = \frac{2n}{n+1}$$

sorozat monoton! Határozza meg egy felső, illetve alsó korlátját valamint a szuprémumát illetve az infimumát, amennyiben azok léteznek!

## 5. feladat

Legyen

$$a_n = \frac{2 + (-1)^n n^2}{1 + n + 2n^2}$$

$$\liminf a_n = ? \quad \limsup a_n = ?$$

**6. feladat**

Legyen

$$a_n = \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 2}$$

A határérték definíciója alapján mutassa meg, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2 \quad (N(\varepsilon) = ?)$$

**7. feladat**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 2}{n^2 + 2} \right)^{n^2} = ?$$

**8. feladat**

$$\text{a) } a_n = \frac{n^2 3^n + 2 3^n}{2^n n^2 + 5n^2 3^n} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$$

$$\text{b) Konvergens-e a } \sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^n \text{ sor?}$$

**9. feladat**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 \sqrt{n} + 1}{3n^3 - n \sqrt{n} + \pi} = ?$$

**10. feladat**

$$a_n = (-1)^n \frac{2 \cdot 6^n - 2^n}{3 \cdot n + 6^n} \quad \overline{\lim} a_n = ? \quad \underline{\lim} a_n = ?$$

**11. feladat**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2n^2 + 3n - 1} - \sqrt{2n^2 + \sqrt{n} + 2} \right) = ?$$

## 12. feladat

$$a_n = \frac{n^3 + (-1)^n n^3 + 2}{2n^3 + 4n + 7}; \quad \overline{\lim} a_n = ?, \quad \underline{\lim} a_n = ?$$

## 13. feladat

a)  $a_n = \frac{2n}{3 + n^2}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?; \quad N(\varepsilon) = ?$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{2}}{\binom{n+1}{3}} = ?$

## 14. feladat

$$a_n = \frac{3n}{2+n} - (-1)^n \frac{6n}{2n-1} \quad \overline{\lim} a_n = ?, \quad \underline{\lim} a_n = ?$$

# 2. Sorok

## 1. feladat

Vizsgálja meg konvergencia szempontjából az alábbi sorokat:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-3n^2}$

## 2. feladat

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{5^{n+2}} = ?$$

## 3. feladat

Alkalmazza a gyökkritériumot az alábbi sor konvergenciájának az eldöntésére!

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left( \frac{n-3}{n} \right)^{n^2}$$

## 4. feladat

Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n^2 - 1}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{6n}}$$

### 5. feladat

Konvergencia-e az alábbi sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + n + 1}$$

### 6. feladat

Konvergencia-e az alábbi sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{(n - 1)!}$$

### 7. feladat

Konvergencia-e az alábbi sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^n}{(n + 1)!}$$

### 8. feladat

Konvergencia-e az alábbi sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 5} \right)^{n^3}$$

### 9. feladat

Vizsgálja meg konvergencia szempontjából az alábbi sorokat!

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{\ln 2}}$$

$$\text{b) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{\ln n}}$$

$$\text{c) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 8}$$

Adjon meg közülük egy abszolút konvergens sort! (Indokoljon!)

### 10. feladat

Konvergencia-e az alábbi sor?

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n \cdot 6^n}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{2n - 1}$$

### 11. feladat

Konvergencia-e az alábbi numerikus sor?

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{2n^2 + 6 + \cos^2 3n}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln \sqrt[n]{n})^2 + 1}$$

### 12. feladat

Konvergencia-e az alábbi numerikus sor?

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + \sin^2(n+1)}{5n^2 \sqrt{n} + n + 3}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+2}}{n! n}$$

## 3. Határérték

### 1. feladat

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-5}{x-2}$$

Keressen meg az alábbi határértékeket!

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

### 2. feladat

Határozza meg az

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 6x + 1}$$

függvény egyenes aszimptotáját a  $+\infty$ -ben!

### 3. feladat

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} = ?, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x} = ?$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2} = ?$$

#### 4. feladat

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} \cdot \sin 3(x + 1)}{1 - x^2}$$

A szakadási pontokban keresse meg a függvény jobb és bal oldali határértékeit!

#### 5. feladat

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x^2}}{2x^2} = ?$$

#### 6. feladat

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!} = ?$$

#### 7. feladat

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{x^2 - x - 12}$$

a)  $D_f = ?$

b)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = ?$

#### 8. feladat

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x(e^x - 1)} = ?$$

#### 9. feladat

Adja meg a  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  definícióját!

A definícióval bizonyítsa be, hogy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{2 + 5n^2} = 0$ . ( $N(\varepsilon) = ?$ )

**10. feladat**

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 - 4}{x^2 + x - 2}$$

Határozza meg a függvény jobb és bal oldali határértékét azokban a pontokban, ahol  $f$  nincs értelmezve!

**11. feladat**

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2 + 2x}{1 - \cos \sqrt{x}} = ?$$

**12. feladat**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 5}{2n - 3} \right)^{2n} = ?$$

**13. feladat**

$$f(x) = e^{\frac{1}{x} - \frac{1}{(x-3)^2}}$$

- a) Keresse meg a függvény jobb és bal oldali határértékét a szakadási pontokban!  
 b)  $f'(x) = ?$       $D_{f'} = ?$

**14. feladat**

a)  $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{[x]}{x} = ?$       $\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{[x]}{x} = ?$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x^2 - 1}{x^4} = ?$

**15. feladat**

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 3}{(5-x)x^3}$$

- a)  $\lim_{x \rightarrow 5 \pm 0} f(x) = ?$      b)  $\lim_{x \rightarrow 0 \pm 0} f(x) = ?$

**16. feladat**

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{\arcsin 3x} = ?$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + 5e^{3x} - 3}{3e^{2x} + 8e^{3x} + 5} = ?$

## 4. Folytonosság

### 1. feladat

A kétoldali határérték kiszámításával állapítsa meg, hogy hol, milyen szakadása van az alábbi függvénynek:

$$\frac{x^3 - 3x^2}{|x|(x^2 - 9)}$$

### 2. feladat

A kétoldali határérték kiszámításával állapítsa meg, hogy hol, milyen szakadása van az alábbi függvénynek:

$$\frac{|x(x-3)|}{\sin x}, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$$

### 3. feladat

A kétoldali határérték kiszámításával állapítsa meg, hogy hol, milyen szakadása van az alábbi függvénynek:

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

### 4. feladat

A kétoldali határérték kiszámításával illetve az értelmezési tartomány meghatározásával állapítsa meg, hogy hol, milyen szakadása van az alábbi függvénynek:

$$f(x) = \frac{|1-x^2|}{1+x} + \ln|x|$$

### 5. feladat

Adja meg az  $m$  paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény az  $x = 0$  pontban folytonos legyen:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & \text{ha } x < 0 \\ m \arcsin(x+1), & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$



## 6. feladat

Legyen

$$f(x) = \begin{cases} 2^{\frac{1}{x}}, & \text{ha } x < 0 \\ 3, & \text{ha } x = 0 \\ \frac{\sin 3x}{x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

- a) Hol folytonos az  $f$  függvény? Milyen jellegű szakadásai vannak?  
b)  $f'(x) = ?$   $D_{f'} = ?$  (Hol differenciálható az  $f$ ?)

## 7. feladat

Hol folytonos és hol differenciálható az

$$f(x) = (x - 1) |x^2 + x - 2|$$

függvény?

## 8. feladat

Hol és milyen típusú szakadása van az

$$f(x) = \frac{(x^2 + 3x + 2) \sin |x - 1|}{x^2 - 1}$$

függvénynek?

## 9. feladat

Határozza meg az alábbi függvény jobb és bal oldali határértékeit annak szakadási pontjaiban!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} + x^2, & \text{ha } x \leq -2 \\ \ln(3+x) + \frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 4}, & \text{ha } x > -2 \end{cases}$$

## 10. feladat

Hol és milyen szakadása van az alábbi függvényeknek?

$$f(x) = \frac{1}{2 + 3^{\frac{1}{1-x}}}; \quad g(x) = \operatorname{arctg} \frac{3-x}{(x-5)^2}$$

## 5. Deriválás

### 1. feladat

Az  $y(x)$  függvény az  $x_0 = e$  pont környezetében differenciálható és kielégíti az

$$x \ln y + y \ln x = 1$$

implicit függvénykapcsolatot.

Határozza meg ezen függvény  $(e, 1)$  pontjabeli érintő egyenesének egyenletét!

### 2. feladat

Hol konvex, illetve hol konkáv az

$$f(x) = \ln(2 + x^2)$$

függvény?

### 3. feladat

Legyen

$$f(x) = \frac{3x}{1 + x^2}.$$

Határozza meg azokat az intervallumokat, ahol a függvény növekedő, illetve ahol csökkenő! Keresse meg a lokális szélsőérték helyeket!

### 4. feladat

Írja fel az  $x = t + \sin t$ ,  $y = (\cos t)^2$  paraméteres megadású görbe érintő egyenesének egyenletét a  $t_0 = \frac{\pi}{4}$  paraméterű pontban!

### 5. feladat

Az  $y = f(x)$  függvény az  $x_0 = 3$  pont környezetében differenciálható és kielégíti az

$$(x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2) = 639$$

implicit függvénykapcsolatot és grafikonja átmegy a  $P(3, 4)$  ponton.

Igaz-e, hogy a függvény az adott pontban lokálisan növekvő illetve, hogy ott a függvénynek lokális szélsőértéke van?

### 6. feladat

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos^2 x}{x - \pi/2} = ?$$

**7. feladat**

Írja fel az  $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$  függvény  $x_0 = \frac{1}{2}$  ponthoz tartozó érintőjének az egyenletét!

**8. feladat**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = ?$$

**9. feladat**

Legyen

$$f(x) = (\operatorname{ch} 2x)^{\operatorname{sh} x}$$

$$f'(x) = ?$$

**10. feladat**

Határozza meg az

$$f(x) = x + \frac{\sqrt{x^4 + 5x^3 + 1}}{x}$$

aszimptota egyenesének az egyenletét  $x \rightarrow \infty$  esetén, amennyiben az létezik!

**11. feladat**

$$f(x) = \begin{cases} \pi - \operatorname{arctg} \frac{1}{2x}, & \text{ha } x \leq -\frac{1}{2} \\ \frac{\ln(2x+3)}{4x+3}, & \text{ha } x > -\frac{1}{2} \end{cases}$$

a) Folytonos-e, differenciálható-e az  $f$  függvény  $x_0 = -\frac{1}{2}$ -ben?

b)  $f'(x) = ?$ , ha  $x \neq -\frac{1}{2}$

**12. feladat**

Hol konvex, hol konkáv az

$$f(x) = e^{-x^2+3x}$$

függvény? Vázolja a függvényt!

**13. feladat**

Legyen

$$f(x) = 16 + 3x^2 - x^3$$

Határozza meg azokat az intervallumokat, ahol a függvény növekedő illetve ahol csökkenő!  
Keresse meg a lokális szélsőérték helyeket!

**14. feladat**

Határozza meg az

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$$

aszimptota egyenesének az egyenletét  $x \rightarrow \infty$  esetén!

**15. feladat**

Legyen

$$f(x) = \arcsin \frac{1}{x}, \quad x \in [1, 2]$$

- Mutassa meg, hogy  $f$  szigorúan monoton és határozza meg az értékkészletét!
- Határozza meg  $f$  inverzét,  $f^{-1}(x) = ?$   $D_{f^{-1}} = ?$   $R_{f^{-1}} = ?$

**16. feladat**

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} \right)^x = ?$$

**17. feladat**

$$f(x) = e^{-(2x+6)^2}$$

- Hol van lokális szélsőértéke a függvénynek?
- Hol alulról konvex a függvény?

**18. feladat**

$$f(x) = \frac{x^2}{1 + 2x^3}$$

Adja meg azokat a legbővebb intervallumokat, melyeken a függvény monoton!

**19. feladat**

Írja fel az

$$x \sin y^2 + \frac{y}{x+1} + 2y = x; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 0$$

implicit módon megadott  $y(x)$  függvény adott pontbeli érintő egyenesének egyenletét!

**20. feladat**

Legyen

$$f(x) = x^3 \ln x^5$$

- Páros vagy páratlan-e az  $f$  függvény?
- Adja meg azokat a legbővebb intervallumokat, amelyeken az  $f$  függvény alulról konvex, illetve alulról konkáv!
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \ln x^5 = ?$

**21. feladat**

- Milyen „a” értékre van megszüntethető szakadása az

$$f(x) = \begin{cases} 3 + e^{\frac{-1}{(x-4)^2}}, & \text{ha } x < 4 \\ \frac{a \sin(x-4)}{x^2 - 16}, & \text{ha } x > 4 \end{cases}$$

- függvénynek az  $x_0 = 4$  pontban?
- $f'(x) = ?$ , ha  $x \neq 4$  és  $x \neq -4$

**22. feladat**

Legyen

$$f(x) = \pi + 2 \arcsin(3x - 1)$$

- Határozza meg  $f$  értelmezési tartományát, értékkészletét és inverzét, amennyiben az létezik!  $D_{f^{-1}} = ?$   $R_{f^{-1}} = ?$
- Írja fel az görbe érintő egyenesének egyenletét az  $x_0 = \frac{1}{2}$ -nek megfelelő pontban!

**23. feladat**

Legyen

$$f(x) = |x^3 + 5x^2|$$

Írja fel  $f'(x)$ -et, ahol az létezik!

**24. feladat**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{x \cdot \sin 2x} = ?$$

**25. feladat**

$$x(t) = \frac{\operatorname{sh} t}{t^2 + 1}; \quad y(t) = \sqrt{\operatorname{ch} t} + t$$

a)  $\dot{x}(t) = ?$ ,  $\dot{y}(t) = ?$

b) Írja fel a görbe  $t_0 = 0$  pontbeli érintőjének egyenletét Descartes koordinátákban!

**26. feladat**

$$f(x) = e^{\ln^2(x+2)}$$

a)  $D_f = ?$ ,  $f'(x) = ?$

b) Hol és milyen lokális szélsőértéke van  $f$ -nek?

c) Adjon meg egy intervallumot, ahol  $f$  invertálható!

**27. feladat**

$$f(x) = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}}{\sin 3x}; \quad x \neq k\frac{\pi}{3}; \quad f'(x) = ?$$

**28. feladat**

$$f(x) = \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{\ln(x^4 + 1)}, \quad x \neq k\pi \quad f'(x) = ?$$

**29. feladat**

$$f(x) = \frac{32}{x^2} + x$$

Végezzen függvényvizsgálatot! Ábrázolja a függvényt!

**30. feladat**

$$f(x) = \ln \sin x; \quad x \in (0, \pi)$$

a)  $f'(x) = ?$ ,  $f''(x) = ?$

b) Milyen lokális tulajdonsága van  $f$ -nek az  $x = \frac{\pi}{2}$  pontban?

**31. feladat**

$$x(t) = t + \sin 2t; \quad y(t) = \cos^2 2t$$

a)  $\dot{x}(t) = ?$ ,  $\dot{y}(t) = ?$

b) Írja fel a görbe érintő egyenesének egyenletét a  $t_0 = \frac{\pi}{8}$  paraméterű pontban!

**32. feladat**

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2 + 1}$$

a)  $f'(x) = ?$

b) Adja meg azokat a legbővebb nyílt intervallumokat, amelyekben a függvény monoton nő, illetve monoton csökken!

**33. feladat**

$$f(x) = 3 + \ln(ex^2), \quad x < -1$$

a)  $f'(-e) = ?$  Írja fel a függvény  $x_0 = -e$  pontbeli érintőegyenesének egyenletét!

b) Határozza meg a függvény inverzét, annak értelmezési tartományát és értékkészletét!

**34. feladat**

$$f(x) = e^{-3x} + 6x - 5$$

a) Adja meg azokat a legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken  $f$  monoton növekedő, illetve fogyó!

b) Van-e olyan intervallum, melyen  $f$  konkáv?

**35. feladat**

$$f(x) = \arcsin \frac{2}{x^2}$$

- a)  $D_f = ?$      $R_f = ?$   
b)  $f'(x) = ?$

**36. feladat**

$$f(x) = \ln \cos 2x$$

- a)  $f'(x) = ?$      $f''(x) = ?$   
b) Milyen lokális tulajdonsága van  $f$ -nek az  $x_0 = 0$  pontban?

**37. feladat**

a)  $f(x) = (2 + \sin^2 x)^{\cos 3x}$      $f'(x) = ?$

b)  $g(x) = \operatorname{arctg} \frac{2x}{5 + x^2}$      $g'(x) = ?$

## 6. Integrálás

**1. feladat**

$$\int \frac{1}{4x^3 + x} dx = ?$$

**2. feladat**

$$\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx = ?$$

**3. feladat**

$$\int_2^4 \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx = ?$$

**4. feladat**

$$\int \frac{x^3}{x^2 - 1} dx = ?, \quad \text{ha } x > 1$$



**5. feladat**

Konvergencia-e az alábbi integrál:

$$\int_0^1 \frac{-1}{x(x-2)} dx$$

**6. feladat**

Számítsa ki az alábbi két görbe által határolt területet:

$$y = \frac{1}{x}; \quad y = \frac{5}{2} - x.$$

**7. feladat**

$$\int \frac{\sin 2x}{4 + 3 \sin^2 x} dx = ?$$

**8. feladat**

$$\int_0^{\ln 2} x^2 e^{3x} dx = ?$$

**9. feladat**

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{x^2 + 4x + 6} dx = ?$$

**10. feladat**

Számítsa ki a görbe alatti területet az adott intervallumon:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-2x}}, \quad x \in [-1, 0]$$

**11. feladat**

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx = ?$$

**12. feladat**

$$\int \frac{e^x}{e^x - e^{-x}} dx = ?, \quad \text{ha } x > 0$$

**13. feladat**

Számítsa ki az

$$f(x) = \sqrt{1 + \ln x}, \quad x \in [1, 2]$$

függvénygrafikonjának az  $x$  tengely körüli forgatásával keletkezett test térfogatát!

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

**14. feladat**

$$\int \ln(3x - 5) dx = ?$$

**15. feladat**

a)  $\int \frac{x+1}{4x^2+1} dx = ?$

b)  $\int_1^{\infty} \frac{x+1}{4x^2+1} dx$  konvergens-e?

**16. feladat**

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x}} dx = ?$$

17. feladat

$$\int \frac{3x^2 - 3x + 8}{(x^2 + 4)(x - 3)} dx = ?$$

18. feladat

$$\int \arcsin 2x dx = ?$$

19. feladat

$$\int_0^{\infty} e^{-2x+3} dx = ?$$

20. feladat

$$\int x \operatorname{sh} 2x dx = ?$$

21. feladat

a)  $\int \frac{4}{x^2 + 2x + 5} dx = ?$

b)  $\int_{-1}^1 \frac{4}{x^2 + 2x + 5} dx = ?$

c)  $\int_{-1}^{\infty} \frac{4}{x^2 + 2x + 5} dx = ?$

**22. feladat**

a)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}} = ?$

b)  $\int \frac{x-13}{(x+2)(x-3)} dx = ?$

**23. feladat**

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

- a) Végezze el az  $x = \sin t$  helyettesítést!  
b) Határozza meg az integrál értékét!

**24. feladat**

Határozza meg az  $y = 2x^2$  és  $y = 6x$  görbék által határolt korlátos tartomány területét!