

Bevezetés a számításelméletbe I.

2006. SZEPTEMBER 12-13.

1. gyakorlat: Koordinátageometria, vektortér 1.

- A z mely értékei mellett merőleges az $(5, -3, 2)$ és a $(7, 4, z)$ vektor egymásra?
- ZH!** A c valós paraméter milyen értékeire
 - merőleges a $3x + cy + 4z = 7$ egyenletű sík a $12x - cy + 16z = 5$ egyenletű síkra?
 - metszi a $3x + cy + 4z = 7$ egyenletű sík a $12x - cy + 16z = 5$ egyenletű síkot?
- Írjuk fel a $(3, 4, 5)$ ponton átmenő, a $3x + y - 3z = 8$ egyenletű síkkal párhuzamos sík egyenletét.
- ZH!** Határozzuk meg az $x + y + z = 5$ egyenletű sík és a $2x - y - 2z = 3$ egyenletű sík metszésvonalának azt a pontját, amelyik az xy síkba (vagyis az x tengely és az y tengely által meghatározott) síkba esik!
- Döntsük el, hogy a következő alaphalmazok vektorteret alkotnak-e a valós test felett?
 - az összes térvektor,
 - az összes olyan térvektor, melynek egyik koordinátája sem 0,
 - az összes n -edfokú egyváltozós polinom,
 - az összes legfeljebb n -edfokú egyváltozós polinom,
 - az összes $n \times m$ -es mátrix,
 - az összes $n \times m$ -es mátrix, melyben csak páros számok szerepelnek.
- ZH!** A valós számhármassok terében vektorteret alkotnak-e azok az (x_1, x_2, x_3) vektorok, melyekre
 - $x_1 = 2x_2 - 3x_3$
 - $x_1 = 2x_2 - 3x_3 + 2$
- Kifejezhető-e a $(6, 18, 12)$ vektor a $(2, 2, 2)$ és a $(0, 6, 3)$ vektor lineáris kombinációjaként? Írjuk fel a két vektorból kifejezhető összes vektor halmazát, vagyis a megfelelő, origón átmenő sík egyenletét!.
- Egy bróker cégnél két portfóliót ajánlanak kisbefektetőknek. Az egyikben 1 OTP, 1 Mol és 1 Matáv részvény van, a másikban nincs OTP, csak 2 Mol és 1 Matáv részvény. Nekünk pedig 3 OTP, 7 Mol és 5 Matáv részvényre lenne szükségünk. Elő tudjuk-e ezt állítani a felajánlott két csomagból? Ha igen, mennyit kérjünk az egyikből, mennyit a másikkól? Általánosan milyen rényvénykombinációk állítható elő a két portfólióból, ha nincs kikötve, hogy egész portfóliókat kell vennünk, sőt nem csak vehetünk, hanem el is adhatunk a portfóliókból?

Beadható

1./1) Határozzuk meg a három koordinatengellyel vett metszéspontjait annak a síknak, mely átmegy a $(3, 4, 5)$ ponton és merőleges az origóból a $(3, 4, 5)$ koordinátájú pontba mutató vektorra.

1./2) Vektorteret adnak-e az alábbi valóselemű mátrixok szokásos (tehát elemenkénti) összeadásra és valós számmal való szorzásra nézve?

1. $\left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix} : a, b \in R, a + b = 5 \right\}$

2. $\left\{ \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix} : a, b, c \in R, a + b = 0 \right\}$