

Bevezetés a számításelméletbe I.

2006. OKTÓBER 31.

8. gyakorlat: Sajátérték, sajátvektor

1. **ZH!** Mik a sajátértékei az alábbi mátrixnak?

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Mik a sajátértékei és sajátvektorai az alábbi mátrixnak?

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

3. **ZH!** Határozzuk meg az

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátaltérüket!

4. **ZH!** Adjuk meg az alábbi mátrix 2000-edik hatványát!

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

5. Legyen V a legfeljebb 6-odfokú valós együtthatós polinomok vektortere.
Határozzuk meg az alábbi lineáris transzformációk sajátértékeit és sajátvektorait.

(a) $f \rightarrow f'$

(b) $f \rightarrow xf'$

6. **ZH!** Bizonyítsuk be, hogy ha egy λ skalár sajátérték valamely A mátrixnak, akkor az A mátrix A^T transzponáltjának is sajátértéke.

7. **ZH!** Bizonyítsuk be, hogy ha az A invertálható mátrixnak sajátértéke a λ valós szám, akkor $\lambda \neq 0$ és az A mátrix A^{-1} inverzének sajátértéke lesz az $\frac{1}{\lambda}$ szám.