

Bevezetés a számításelméletbe I.

10. gyakorlat, 2006. november 22.

Salamon Gábor <gsala@cs.bme.hu>

Leszámlálások, Gráfelméleti alapok

84. Hány különböző rendszám adható ki, amely három betűből és azt követő három számból áll?
85. (a) Hány darab (nem 0-val kezdődő) négyjegyű szám van?
(b) Hány darab olyan négyjegyű szám van, amelyben nincs 3-as?
(c) Hány darab olyan négyjegyű szám van, amelyben minden számjegy különböző?
(d) Hány darab olyan négyjegyű szám van, amelyben van két azonos számjegy?
86. (a) Hányféleképpen állítható sorba n (különböző) gyerek?
(b) Hányféleképpen ültethető kör alakú asztal köré n lovag?
(c) Hányféleképpen fűzhető fel n különböző színű gyöngy egy láncra?
(d) Válaszoljuk meg az előző kérdéseket akkor is, ha Jancsi és Juliska, Sir Lancelot és King Arthur, illetve a kék és a fehér gyöngy egymás mellé kell hogy kerüljenek.
87. Hányféleképpen tölthető ki egy lottószelvény? Hány 5, 4 és 3 találatos kitöltés van?
88. Hányféleképpen lehet eljutni az origóból a $(2,3,5)$ pontba, úgy, hogy csak egységnyi hosszú jobbra, fel és előre lépések lehetségesek?
89. Nyolc ember szeretne teniszezni három tenispályán úgy, hogy az egyik pályán párost, a két másikon egyéni játszanak. Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha a pályákat különbözőeknek tekintjük, de ugyanazon pálya két terefelét nem különböztetjük meg? (Természetesen az embereket is különbözőeknek tekintjük, és az is számít, hogy a négy páros meccset játszó játékos között ki kinek a partnere.)
90. Mennyi $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$?
91. Hány olyan 10 hosszú dobássorozat van (hagyományos dobókockával), melyben a dobott számok összege osztható 3-mal?
92. Az előre megszámozott (címkézett) n darab pont közé hányféleképpen húzhatunk be éleket úgy, hogy egyszerű gráfot kapjunk?
93. Van-e olyan (legalább két pontú) gráf, melyben minden pont foka különböző?
94. Van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre
- (a) 1, 2, 2, 3, 3, 3;
(b) 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4;
(c) 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6;
(d) 1, 1, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 8, 9;
(e) 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7
95. Határozzuk meg az összes olyan páronként nem izomorf, egyszerű gráfot, melyre: (v a csúcsok, e az élek száma)
- (a) $v = 4, e = 5$

(b) $v = 5, e = 3$

(c) $v = 5, e = 7$

(d) $v = 5, e = 8$

96. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Bizonyítsuk be, hogy a gráf összefüggő!

97. Rajzoljunk a komplementerével izomorf 5, ill. 6 pontú gráfot.

98. Egy G gráf csúcsai legyenek a kocka csúcsai, él megy két csúcs között, ha a kockában él mentén szomszédosak. Az alábbi gráfok közül melyek izomorfak G -vel?

