

Bevezetés a számításelméletbe I.

9. gyakorlat, 2006. november 15.

Salamon Gábor <gsala@cs.bme.hu>

Komplex számok

73. Hozzuk trigonometrikus alakba az alábbi, kanonikus alakjaikkal megadott komplex számokat:
 $1 + i$, $5 - 12i$, $\sqrt{3} - i$!
74. Hozzuk trigonometrikus, illetve kanonikus alakra a $\sqrt[3]{(-8i)}$ kifejezést!
75. Számítsuk ki $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $Re(z_1)$, $Im(z_1)$, \bar{z}_1 , z_1^3 , $\sqrt[3]{z_1}$ értékét, ha
- (a) $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 4 - 3i$
 - (b) $z_1 = 2i$, $z_2 = 1 + 2i$
 - (c) $z_1 = -9$, $z_2 = i$
76. Adjuk meg az alábbi kifejezések által definiált komplex számok kanonikus alakját, azaz határozzuk meg a valós és a képzetes részek értékeit!
- (a) $\sqrt{-5}$
 - (b) $\left| \frac{(6+3i)^{2003}}{(6-3i)^{2003}} \right|$
 - (c) $\sqrt[4]{3+3i}$
 - (d) $\left(\frac{3-i}{2-4i} \right)^{2000}$
77. Hol helyezkednek el a komplex számsíkon azon pontok, amelyeknek megfelelő z komplex számokra:
- (a) $Im(4i - z) = 6$
 - (b) $Re(iz + 5) \leq 7$
 - (c) $|z - 1 + 2i| < 13$
 - (d) $\bar{z} = \frac{1}{z}$;
78. Mely z komplex számokra lesz az alábbi kifejezések értéke valós?
- (a) $z + \bar{z}^2$
 - (b) $z + \frac{1}{z}$
79. Oldjuk meg a következő egyenleteket a komplex számok körében!
- (a) $z^2 + 3 = 0$
 - (b) $1 + zi - z^2 = 0$
 - (c) $z + \frac{1}{z} = \bar{z}$
 - (d) $2z^4 - 3iz^2 - 1 = 0$
 - (e) $z^2 = i\bar{z}$
 - (f) $z + \bar{z} = 2|z|$,

80. Határozzuk meg az összes olyan komplex számot, melyre $\bar{z} = z^n$, ahol n rögzített egész szám!
81. Mi a primitív tizenkettedik egységgyökök összege?
82. Számítsd ki az összes n -edik egységgyök
- (a) összegét;
 - (b) szorzatát;
 - (c) négyzetösszegét.
83. Van-e a kilencedik egységgyökök között pontosan hat, melyek összege zérus? És pontosan hét?