

### 13. Differenciálegyenletek

13.1. Oldja meg az alábbi elsőrendű kezdeti érték problémákat!

- 1)  $xy(x) + (1 + x^2)y'(x) = 0$        $y(0) = 1$
- 2)  $y'(x) - \frac{1}{x}y(x) = \frac{1}{x}$        $y(1) = 2$
- 3)  $y'(x) + x^2y'(x) = -xy(x)$        $y(0) = 1$
- 4)  $y'(x) - \frac{1}{x}y(x) = \frac{1}{x}$        $y(1) = 0$
- 5)  $(x^2 - 1)y'(x) + 2x(y(x))^2 = 0$        $y(\sqrt{2}) = 1$

13.2. Oldja meg a következő differenciálegyenleteket!

- 1)  $y'(x) = \frac{1}{x^4 - x^2}$
- 2)  $y^3(x)y'(x) = 1 + x + x^2$
- 3)  $y^2(x)y'(x) = 1 + x + x^3$
- 4)  $y'(x)\sin^2 x - y(x) \cdot \ln(y(x)) = 0$
- 5)  $y'(x) \cdot \frac{\sin y(x)}{x \cdot \sin x} = 1$
- 6)  $y'(x)\cos^2 x + y(x) \cdot \ln(y(x)) = 0$
- 7)  $y'(x) \cdot \frac{\cos y(x)}{x \cdot \cos x} = 1$
- 8)  $xy(x)y'(x) = y^2(x) + 2x^2$
- 9)  $x^2y'(x) = y(x)(x + y(x))$
- 10)  $y'(x) - \frac{\sqrt{xy(x)}}{x} = \frac{y(x)}{x}$
- 11)  $x^2y'(x) - y(x)(x + y(x)) = 0$
- 12)  $y'(x) = (4x + 2y(x) - 1)^2$
- 13)  $y'(x) = (5x + y(x) - 2)^2 - 1$
- 14)  $y'(x) - xy^2(x) = 2xy(x)$
- 15)  $x^3y'(x) + \operatorname{tg} y(x) = x^2 \operatorname{tg} y(x)$
- 16)  $y'(x) = x \cdot \operatorname{arctg} x$
- 17)  $y'(x) = x \cdot \operatorname{arcsin} x$

13.3. Oldja meg a következő elsőrendű lineáris differenciálegyenleteket!

- 1)  $y'(x) - \frac{1}{1-x}y(x) = \cos x$
- 2)  $y'(x) = \frac{1}{1-x}y(x) + e^x$
- 3)  $y'(x) - \frac{2}{x}y(x) = 0, \quad x > 0$
- 4)  $y'(x) - \frac{5}{x}y(x) = 4, \quad x > 0$
- 5)  $y'(x) - \frac{2}{x}y(x) = 1, \quad x > 0$
- 6)  $y'(x) - \frac{1}{\sqrt{2x+1}} \cdot y(x) = 3$
- 7)  $y'(x) = y(x) + e^{2x}$
- 8)  $y'(x) - \frac{1}{\sqrt{3x-2}} \cdot y(x) = 5$
- 9)  $y'(x) - \frac{1}{\sqrt{2x-3}} \cdot y(x) = 4$
- 10)  $y'(x) - \frac{1}{\sqrt{2x+1}} \cdot y(x) = 2$
- 11)  $y'(x) + xy(x) = x$
- 12)  $x(x-1)y'(x) - y(x) = x(x-1)$

$$13) xy'(x) - \frac{y(x)}{x-1} - 2x = 0$$

$$15) x(x-1)y'(x) - y(x) = 2x(x-1)$$

$$17) (xy'(x) - 1) \cdot \ln x = 2y(x)$$

$$19) y'(x) - \frac{1}{\sqrt{x}} y(x) = (e^{\sqrt{x}})^2$$

$$21) x^2 y'(x) = e^{\frac{1}{x}} - y(x)$$

$$23) y'(x) - x \cdot y(x) = -x$$

$$25) (1+x^2)y'(x) + 2xy(x) = (1+x^2)^3$$

$$27) xy'(x) + xy(x) = (1-x^2)e^{-x}$$

$$14) xy'(x) - \frac{y(x)}{x-1} - x = 0$$

$$16) y'(x) - xy'(x) = y(x) + \cos x - x \cdot \cos x$$

$$18) 2y'(x) + y(x) \cdot \operatorname{ctg} x = 2\cos x$$

$$20) x^2 y'(x) = y(x) + e^{-\frac{1}{x}}$$

$$22) y'(x) + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} y(x) = xe^{-\sqrt{1+x^2}}$$

$$24) (x \cdot \ln x)y'(x) - y(x) = (x \cdot \ln x)^2$$

$$26) (1+x^2)y'(x) + 4xy(x) = 1+x^2$$

13.4. Oldja meg a következő másodrendű differenciálegyenleteket!

$$1) y''(x) \cdot (x^2 + 1) = 2xy'(x)$$

$$2) \sqrt{1-x^2} y''(x) = 1$$

$$3) 2xy'(x) \cdot y''(x) = (y'(x))^2 - 1$$

$$4) \frac{y''(x)}{\ln x} = 1$$

$$5) (1 + \sin x)^2 y''(x) + \cos x = 0$$

$$6) (x+1)^2 \cdot y''(x) = 1$$

$$7) y''(x) = \ln x$$

$$8) x \cdot \sqrt{x+4} \cdot y''(x) = 3x - \sqrt{x+4}$$

$$9) \cos^2 x \cdot y''(x) = 4 - \cos^2 x$$

$$10) \cos^2 x \cdot y''(x) = 2 \cdot \cos^2 x - 3$$

$$11) y''(x) = 1 - \sqrt{5}$$

$$12) y''(x) = \sqrt{3} + 2$$

$$13) y''(x) + \cos 2x = \sin 3x$$

$$14) y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 2x^2 - 3$$

$$15) y''(x) - y(x) = 2x$$

$$16) y''(x) - y(x) = 3x$$

$$17) y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 18e^{4x}$$

$$18) y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) = 0$$

$$19) y''(x) - y(x) = 4x$$

$$20) y''(x) - y(x) = 5x$$

$$21) y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 0$$

$$22) y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = 0$$

13.5. Oldja meg a következő differenciálegyenleteket és adja meg a  $P_0$  ponton átmenő megoldásfüggvényt!

$$1) y'(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - y(x)}{x^2}$$

$$P_0 = (1, 5e)$$

$$2) x^2 \cdot y'(x) = e^{\frac{1}{x}} - y(x)$$

$$P_0 = (1, -2e)$$