

Gyakorló feladatok - 2.

MA6213d

1. Oldja meg a következő kezdeti érték feladatokat:

(a) $y' + 2y = g(x)$, $y(0) = 0$, ahol

$$g(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

(b) $y' + p(x)y = 0$, $y(0) = 1$, ahol

$$p(x) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

2. Adja meg a következő kezdeti érték feladatok megoldását, és vizsgálja meg, hogyan függ a megoldás értelmezési tartománya a kezdeti értéktől:

(a) $y' = -4x/y$, $y(0) = y_0$,

(b) $y' = 2xy^2$, $y(0) = y_0$,

(c) $y' + y^3 = 0$, $y(0) = y_0$,

(d) $y' = x^2/y(1 + x^3)$, $y(0) = y_0$.

3. Oldja meg a következő egyenleteket:

(a) $x^2y' + 2xy - y^3 = 0$, $x > 0$,

(b) $y' = 2y - 4y^2$,

(c) $y' = 5y - y^3$.

4. Oldja meg a következő egyenleteket:

(a) $(y \cos x + 2xe^y) + (\sin x + x^2e^y - 1)y' = 0$,

(b) $(2x + 3) + (2y - 2)y' = 0$,

(c) $(3x^2 - 2xy + 2) dx + (6y^2 - x^2 + 3) dy = 0$,

(d) $(e^x \sin y - 2y \sin x) dx + (e^x \cos y + 2 \cos x) dy = 0$,

(e) $(3xy + y^2) + (x^2 + xy)y' = 0$,

(f) $y + (2x - ye^y)y' = 0$,

(g) $(x + 2) \sin y dx + x \cos y dy = 0$,

(h) $(3x^2y + 2xy + y^3) dx + (x^2 + y^2) dy = 0$,

(i) $y' = e^{2x} + y - 1$,

$$(j) e^x dx + \left(e^x \operatorname{ctg} y + \frac{2y}{\sin y} \right) dy = 0.$$

5. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$(a) y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2},$$

$$(b) y' = \frac{x + y}{x},$$

$$(c) y' = \frac{x^2 + 3y^2}{2xy},$$

$$(d) (x^2 + 3xy + y^2) dx - x^2 dy = 0,$$

$$(e) y' = \frac{2y - x + 5}{2x - y - 4},$$

$$(f) y' = -\frac{4x + 3y + 15}{2x + y + 7},$$

$$(g) y' = \frac{x + 3y - 5}{x - y - 1}.$$

6. Oldja meg a következő feladatokat:

$$(a) \frac{dy}{dx} = \frac{x^3 - 2y}{x},$$

$$(b) y' = \frac{2x + y}{3 + 3y^2 - x}, \quad y(0) = 0,$$

$$(c) y' = e^{x+y},$$

$$(d) (x^2 + y) dx + (x + e^y) dy = 0,$$

$$(e) x \frac{dy}{dx} + xy = 1 - y, \quad y(1) = 0,$$

$$(f) xy' = y + xe^{y/x},$$

$$(g) y' = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1},$$

$$(h) \left(2\frac{x}{y} - \frac{y}{x^2 + y^2} \right) dx + \left(\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{x^2}{y^2} \right) dy = 0,$$

$$(i) y' = \frac{1}{e^y - x}, \quad y(1) = 0.$$