

### Gyakorló feladatok - 3.

MA1122f

1. Adja meg a következő sorozatok z-transzformáltját:

- (a)  $x_n = 3 - 5n$ ,                      (b)  $x_n = 3^n \cos 2n$ ,  
 (c)  $x_n = \sin(2n - 3)$ ,              (d)  $x_n = \operatorname{sh} 4n$ ,  
 (e)  $x_n = n^2$ ,                              (f)  $x_n = n^3$ ,  
 (g)  $x_n = n \cdot 5^{2n}$ ,                      (h)  $x_n = \begin{cases} n, & n \text{ páros} \\ 0, & n \text{ páratlan.} \end{cases}$

2. Igazolja a következő azonosságokat:

$x_n$	$\mathcal{Z}(x_n)$
$n^k$	$(-1)^k \left( z \frac{d}{dz} \right)^k \frac{z}{z-1}$
$(n+k-1)(n+k-2) \cdots n$	$\frac{k! z^k}{(z-1)^{k+1}}$
$\binom{n}{k}$	$\frac{z}{(z-1)^{k+1}}, \quad  z  > 1$
$\binom{k}{n}$	$\frac{(z+1)^k}{z^k}, \quad  z  > 1$

3. Adja meg a következő függvények inverz z-transzformáltját:

- (a)  $X(z) = \frac{2z^2-3z}{z^2-3z-4}$ ,                      (b)  $X(z) = \frac{3z^2-4z}{z^2-3z+2}$ ,  
 (c)  $X(z) = \frac{2z^2+z}{(z-1)^2}$ ,                              (d)  $X(z) = \frac{z}{2z^2-2\sqrt{2}z+2}$ ,  
 (e)  $X(z) = \frac{2z^2-z}{2z^2-2z+2}$ ,                              (f)  $X(z) = \frac{z^2+3z}{(z-3)^2}$ ,  
 (g)  $X(z) = \frac{3z^2+5}{z^4}$ ,                                      (h)  $X(z) = \frac{2z^2-5z}{(z-3)^2}$ .

4. z-transzformált módszerrel oldja meg a következő rekurziókat:

- (a)  $x_{n+1} - 3x_n = 4^n, \quad x_0 = 0$ ,  
 (b)  $x_{n+1} + 4x_n = 10, \quad x_0 = 3$ ,  
 (c)  $x_{n+1} - 5x_n = 5^{n+1}, \quad x_0 = 0$ ,  
 (d)  $x_{n+1} - 2x_n = 3 \cdot 2^n, \quad x_0 = 3$ ,  
 (e)  $x_{n+1} + 3x_n = \begin{cases} 4, & n = 2 \\ 0, & n \neq 2, \end{cases} \quad x_0 = 2$ ,  
 (f)  $x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 0, \quad x_0 = 1, \quad x_1 = 0$ ,  
 (g)  $x_{n+2} - x_{n+1} - 6x_n = 0, \quad x_0 = 5, \quad x_1 = -5$ ,  
 (h)  $x_{n+2} - x_n = 16 \cdot 3^n, \quad x_0 = 2, \quad x_1 = 6$ ,  
 (i)  $x_n = 3 \cdot 5^n - 4 \sum_{i=0}^{n-1} 5^{n-i-1} x_i, \quad x_0 = 3$ ,  
 (j)  $x_{n+1} - 2y_n = 2 \cdot 4^n, \quad -4x_n + y_{n+1} = 4^{n+1}, \quad x_0 = 2, \quad y_0 = 3$ ,  
 (k)  $x_{n+1} - y_n = 0, \quad x_n + y_{n+1} = 0, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1$ .