

Levelező BSC matematika1 2006. január 20.

1. Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(1 - \sqrt{3}i)z^4 + 12 + 20i = 20\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) \quad (12)$$

2. Vizsgálja meg az $a_n = \frac{4 - 7n}{3n + 8}$ sorozatot monotonitás és határérték szempontjából! Adjon meg $\varepsilon = 10^{-3}$ -hoz küszöbindexet!

(12)

3. Konvergens-e a $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3k!}{5^{2k+1}}$ sor?

(8)

4. Határozza meg a valós számok legbővebb részhalmazát, melyen az $f(x) = \frac{\ln(2x - 3)}{\arcsin \frac{3x - 8}{7}}$ függvény értelmezhető!

(10)

5. (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n - 5}{6n + 1} \right)^{3n + 4} =$ (b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin \left(\frac{x}{3} - 1 \right)}{x^2 - x - 6}$ (14)

6. Vizsgálja meg konvexitás szempontjából az $f(x) = (3x - 7)e^{6x}$ függvényt!

(12)

7. (a) $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}} dx =$ (b) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx =$ (12)

1. Legyen $z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$. Mivel egyenlő $\frac{iz}{\bar{z}}$? (a) 1 (b) -1 (c) i (d) -i (4)

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 7n}{8 + 5n^2} =$ (a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $-\frac{7}{8}$ (d) $-\frac{7}{5}$ (4)

3. Mi az $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{7x}$ függvény deriváltja?

(a) $\frac{7}{1 + x^2}$ (b) $\frac{7}{1 + 7x}$ (c) $\frac{7}{2(\sqrt{x} + 7\sqrt{x^3})}$ (d) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{x}(1 + 7x)}$ (4)

4. Mi az $f(x) = x^{\operatorname{sh} x}$ függvény deriváltja? (a) $\operatorname{sh} x \cdot x^{\operatorname{sh} x - 1}$ (b) $x^{\operatorname{sh} x} \cdot \ln x$

(c) $x^{\operatorname{sh} x} \left(\frac{\operatorname{sh} x}{x} + \ln x \cdot \operatorname{ch} x \right)$ (d) $x^{\operatorname{sh} x} \left(\frac{\operatorname{sh} x}{x} - \ln x \cdot \operatorname{ch} x \right)$ (4)

5. $\int (x + 1)\sqrt[3]{x} dx =$ (a) $\left(\frac{x^2}{2} + x \right) \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} + c$ (b) $\frac{3}{7} \sqrt[3]{x^7} + \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} + c$

(c) $\left(\frac{x^2}{2} + x \right) \sqrt[3]{x} + (x + 1) \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} + c$ (d) $\frac{7}{3} \sqrt[3]{x^7} + \frac{4}{3} \sqrt[3]{x^4} + c$ (4)